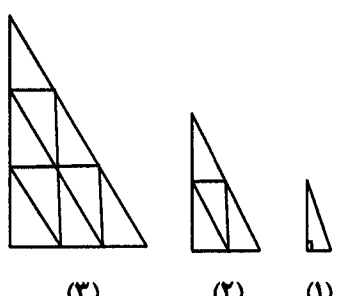
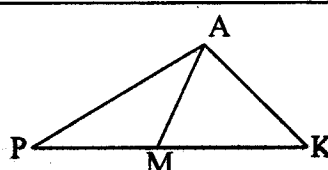
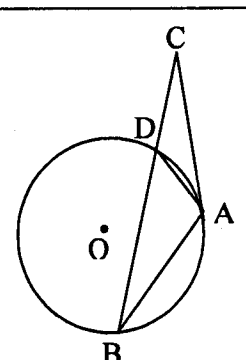


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸: صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	<p>مثلثهای شکلهای ۱، ۲، ۳ باهم متشابه و مثلثهای کوچک همه باهم همنهشت هستند. با توجه به شکل های زیر و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="828 630 1380 819"> <tr> <td>شماره ی شکل</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلثهای کوچک</td> <td>۱</td> <td>۴</td> <td>۹</td> <td>؟</td> <td>...</td> <td>؟</td> </tr> </table>	شماره ی شکل	۱	۲	۳	۴	...	n	تعداد مثلثهای کوچک	۱	۴	۹	؟	...	؟	۰/۵
شماره ی شکل	۱	۲	۳	۴	...	n										
تعداد مثلثهای کوچک	۱	۴	۹	؟	...	؟										
۲	<p>قضیه: ثابت کنید در هر مثلث، مجموع طول های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگ تر است.</p>	۱														
۳	<p>در مثلث PAK، نقطه ی M روی ضلع PK قرار دارد. ثابت کنید اگر <math>PM=AK</math> آنگاه <math>AP &gt; MK</math>.</p> 	۱														
۴	<p>قضیه: ثابت کنید عمود منصف های ضلع های هر مثلث هم‌رسند.</p>	۱/۲۵														
۵	<p>خط d و نقطه ی A غیر واقع بر آن، داده شده اند. نقطه ای روی خط d تعیین کنید که از نقطه ی A به فاصله ی معلوم R باشد. با توجه به اندازه ی R روی تعداد جواب های مساله بحث کنید.</p>	۱														
۶	<p>قضیه: ثابت کنید طول مماس های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه ی خارج آن با هم برابرند.</p>	۰/۷۵														
۷	<p>پاره خط AB به طول ۴ سانتی متر داده شده است. کمان در خور زاویه ی ۳۰° روبرو به این پاره خط مفروض است. شعاع دایره ای را که این کمان درخور بخشی از آن است و فاصله ی مرکز این دایره از پاره خط AB را تعیین کنید.</p>	۱														
۸	<p>قضیه: ثابت کنید اندازه ی زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک دایره پدید می آید، برابر قدر مطلق نصف تفاضل اندازه ی کمان هایی از آن دایره است که به ضلع های آن زاویه محدودند.</p>	۱														
۹	<p>در دایره ی (O) مماس AC و وتر AB بایکدیگر مساوی اند. خط BC دایره را در نقطه ی D قطع کرده است. ثابت کنید مثلث ADC، متساوی الساقین است.</p> 	۱														
«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم»																

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۳ / ۳ / ۱۳۹۱	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

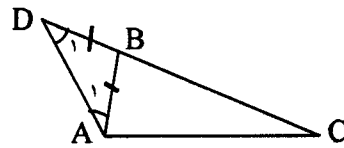
۱۰	شکل زیر نشان دهنده ی دو دایره ی مماس برون است. الف) این شکل دارای چند مماس مشترک خارجی و چند مماس مشترک داخلی است؟ ب) اگر $R=4$ و $R'=9$ آنگاه اندازه ی مماس مشترک خارجی آنها را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	نقاط $A(6,1)$ ، $B(8,3)$ ، $C(6,5)$ و $D(4,3)$ رأس های یک مربع هستند. الف) مربع و تصویرش را تحت انتقال $T(x,y) = (x-5, y-2)$ رسم کنید. ب) طول و شیب ضلع $AB$ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. پ) آیا تبدیل ایزو متری است؟ چرا؟	۲
۱۲	خط به معادله $L: 3x - 2y - 12 = 0$ و تصویرش را تحت تبدیل تجانس $D(x,y) = (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)$ رسم کنید. سپس معادله ی خط تصویر را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	مثلث $ABC$ و مثلث $ECD$ متساوی الاضلاع هستند. با استفاده از تبدیل دوران ثابت کنید: $AD = BE$ و $\hat{AFB} = 60^\circ$ .	۱
۱۴	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف) هر زاویه ی خارجی یک چند ضلعی، از هر زاویه ی داخلی آن بزرگتر است. ب) تبدیل بازتاب جهت شکل را حفظ نمی کند. پ) اگر دو خط متقاطع باشند تحت یک بازتاب نیمساز زاویه ی تشکیل شده بین خط و تصویرش محور تقارن است. ت) اگر دو صفحه ی $P$ و $P'$ برهم عمود باشند، هر خط عمود بر صفحه ی $P$ بر صفحه ی $P'$ نیز عمود است.	۱
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با صفحه ی $P$ موازی باشد، هر صفحه که از $L$ بگذرد و با $P$ متقاطع باشد، $P$ را در یک خط موازی $L$ قطع می کند.	۱/۲۵
۱۶	اگر سه خط $L_1$ ، $L_2$ و $L_3$ دو به دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا همسرند.	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید دو صفحه $P$ و $P'$ موازی هستند اگر و تنها اگر هر خط واقع بر یکی از این صفحه ها، با صفحه ی دیگر موازی باشد.	۱
۱۸	الف) دو خط متناظر را تعریف کنید. ب) نشان دهید اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه نیز عمود است.	۱/۲۵
	«موفق باشید»	جمع نمره
		۲۰

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۳	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۰/۵	<table border="1"> <tr> <td>شماره شکل</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>.....</td> <td><math>n</math></td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلث های کوچک</td> <td>۱</td> <td>۴</td> <td>۹</td> <td>۱۶</td> <td>.....</td> <td><math>n^2</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>(۰/۲۵)</td> <td></td> <td>(۰/۲۵)</td> </tr> </table>	شماره شکل	۱	۲	۳	۴	.....	$n$	تعداد مثلث های کوچک	۱	۴	۹	۱۶	.....	$n^2$					(۰/۲۵)		(۰/۲۵)	۱
		شماره شکل	۱	۲	۳	۴	.....	$n$															
		تعداد مثلث های کوچک	۱	۴	۹	۱۶	.....	$n^2$															
				(۰/۲۵)		(۰/۲۵)																	

۱	<p>برهان: ضلع BC را از راس B امتداد می دهیم و به اندازه ی AB روی آن جدا می کنیم تا نقطه ی D به دست آید. سپس D را به A وصل می کنیم. (۰/۲۵) بنا بر این در مثلث ABD داریم:</p> <p><math>BD = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC</math> (۰/۲۵)</p> <p>همچنین در مثلث ADC داریم:</p> <p>با توجه به شکل <math>\hat{D}_1 &gt; \hat{A}_1</math> بنا بر این <math>\hat{D}_1 &gt; \hat{A}_1</math> نتیجه <math>DC &gt; AC</math> (۰/۲۵) بنا بر این <math>AB + BC &gt; AC</math></p>	۲
---	--	---

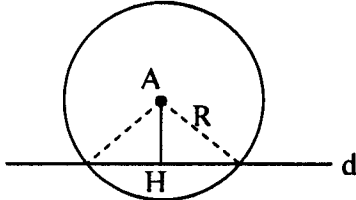


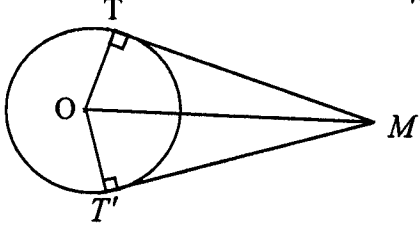
۱	<p><math>\left. \begin{array}{l} \Delta AMP, \Delta AMK : \\ PM = AK \\ AM = AM \end{array} \right\} \xrightarrow{(۰/۷۵)} AP &gt; MK</math> (۰/۲۵)</p> <p>با توجه به قضیه ی لولا (۰/۲۵)</p> <p><math>\hat{M}_1 &gt; \hat{A}_1</math> (زاویه ی خارجی)</p>	۳
---	--	---

۱/۲۵	<p>عمود منصف های دو ضلع AB و BC از مثلث ABC را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. (۰/۲۵) چون M روی عمود منصف BC است پس (۱) <math>MB=MC</math> (۰/۲۵) و چون M روی عمود منصف AB است، پس (۲) <math>MA=MB</math> (۰/۲۵) از (۱) و (۲) نتیجه می شود (۰/۲۵) <math>MA=MC</math></p> <p>بنا بر این نقطه ی M از دوسر پاره خط AC به یک فاصله است. یعنی نقطه ی M روی عمود منصف AC است. (۰/۲۵)</p> <p>پس عمود منصف های ضلع های هر مثلث هم رسند.</p>	۴
------	---	---

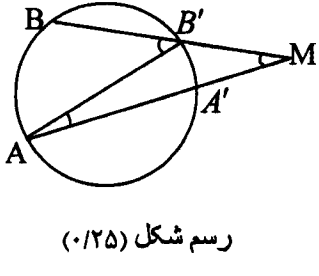
راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

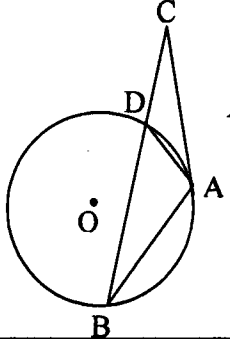
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>دایره ای به شعاع R و به مرکز A را رسم می کنیم. محل برخورد این دایره با خط d جواب مساله است. (۰/۲۵)</p> <p>اگر <math>AH &gt; R</math> مساله جواب ندارد (۰/۲۵)</p> <p>اگر <math>AH = R</math> مساله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>اگر <math>AH &lt; R</math> مساله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p>	
---	--	---

۶	<p>چون شعاع در نقطه ی تماس بر خط مماس عمود است نتیجه می گیریم: <math>\hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ</math></p> <p> <math display="block">\begin{cases} \hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ \\ OT = OT' \quad (0/5) \Rightarrow \triangle OMT \cong \triangle OMT' \\ OM = OM \end{cases}</math> <math display="block">\Rightarrow MT = MT' \quad (0/25)</math> </p>	
---	--	--

۷	<p><math>R = \frac{a}{2\sin \alpha} \quad (0/25) \Rightarrow R = \frac{4}{2\sin 30^\circ} = 4 \quad (0/25)</math></p> <p><math>OH = R \cos \alpha  \quad (0/25) \Rightarrow OH = 4 \cos 30^\circ  = 2\sqrt{3} \quad (0/25)</math></p>	
---	---	--

۸	<p>امتداد وترهای <math>AA'</math> و <math>BB'</math> از دایره ی C در نقطه ی M یکدیگر را قطع کرده اند. پاره خط <math>AB'</math> را رسم می کنیم.</p> <p> <math display="block">\begin{aligned} \triangle AMB' \text{ (زاویه ی خارجی مثلث } \triangle AMB) \quad \hat{A}B'B &amp;= \hat{B}'AM + \hat{A}MB' \quad (0/25) \\ \Rightarrow \hat{A}MB' &amp;= \hat{A}B'B - \hat{B}'AM = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{A'B'}}{2} \quad (0/5) \\ \Rightarrow \hat{A}MB &amp;= \hat{A}MB' = \frac{\widehat{AB} - \widehat{A'B'}}{2} \end{aligned}</math> </p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	
---	--	---

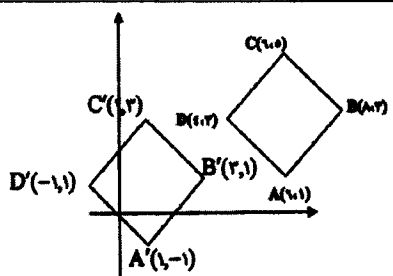
۹	<p> <math display="block">\triangle ABC: \begin{cases} AC = AB \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \quad (0/25) \\ \hat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ محاطی} \quad (0/25) \Rightarrow \hat{D}AC = \hat{C} \Rightarrow DC = DA \quad (0/25) \\ \hat{D}AC = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ ظلّی} \quad (0/25) \end{cases}</math> </p>	
---	---	---

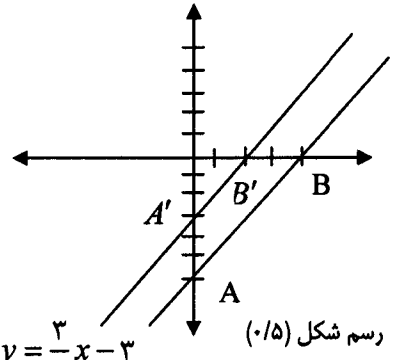
« ادامه ی راهنما در صفحه ی سوم »

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۳	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	<p>یک مماس مشترک داخلی (۰/۲۵) و دو مماس مشترک خارجی (۰/۲۵) دارد.</p> $R = 4 \quad TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (0/25)$ $R' = 9 \quad TT' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} \quad (0/25)$ $TT' = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \quad (0/25)$	۱/۲۵
----	---	------

۱۱	<p>الف) <math>T(x, y) = (x - 5, y - 2)</math></p> $\left. \begin{aligned} A(6, 1) &\rightarrow A'(1, -1) \\ B(8, 3) &\rightarrow B'(3, 1) \\ C(6, 5) &\rightarrow C'(1, 3) \\ D(4, 3) &\rightarrow D'(-1, 1) \end{aligned} \right\} (0/25)$  <p>ب) <math>AB = \sqrt{(8-6)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}</math>  <math>A'B' = \sqrt{(3-1)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \Rightarrow AB = A'B' \quad (0/25)</math></p> $\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{3-1}{8-6} = 1 \\ m_{A'B'} &= \frac{1-(-1)}{3-1} = 1 \end{aligned} \right\} (0/25) \Rightarrow m_{AB} = m_{A'B'} \quad (0/25)$ <p>ج) بله، چون تبدیل انتقال ایزومتري است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
----	---	------

۱۲	<p><math>L: 3x - 2y - 12 = 0</math></p> $D(x, y) = \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y\right)$ $A(0, -6) \xrightarrow{D} A'(0, -3) \quad (0/25)$ $B(4, 0) \xrightarrow{D} B'(2, 0) \quad (0/25)$ $m' = \frac{0+3}{2-0} = \frac{3}{2} \quad (0/25) \Rightarrow L': y - 0 = \frac{3}{2}(x - 2) \quad (0/25) \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3$  <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۵
----	---	-----

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	تحت یک دوران $60^\circ$ حول نقطه ی C، مثلث ACD، روی مثلث BCE تصویر می شود. (۰/۲۵) بنابراین $AD \rightarrow BE$ (۰/۲۵) و اضلع BE را با زاویه $60^\circ$ قطع می کند. (۰/۲۵) چون طول تحت دوران حفظ می شود پس $AD=BE$ (۰/۲۵) و همچنین $\hat{AFB} = 60^\circ$ .	۱
۱۴	(الف) نادرست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (پ) درست (۰/۲۵) (ت) نادرست (۰/۲۵)	۱
۱۵	برای اثبات این قضیه دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می گیریم. (الف) خط L در صفحه ی P قرار ندارد. فرض کنیم P' صفحه گذرنده از L باشد که P را در خط L' قطع می کند. (۰/۲۵) L و L' هر دو در صفحه ی P' هستند و یکدیگر را قطع نمی کنند (۰/۲۵) زیرا از متقاطع بودن L و L' نتیجه می شود که خط L صفحه ی P را قطع می کند. که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس باهم موازیند. (۰/۲۵) (ب) خط L در صفحه ی P قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه ی P' متمایز از P که از L می گذرد صفحه ی P را در همان خط L قطع می کند. (۰/۲۵) و درستی قضیه روشن است.	۱/۲۵
۱۶	از دو خط $L_1$ و $L_2$ صفحه ی P را می گذرانیم (۰/۲۵) اگر $L_3$ در صفحه ی P باشد، حکم برقرار است (۰/۲۵) در صورتی که $L_3$ در صفحه ی P نباشد. چون $L_3$ با $L_1$ و $L_2$ متقاطع است. پس صفحه ی P را در نقطه ی مشترک $L_1$ و $L_2$ قطع می کند. (۰/۲۵) زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه ی متمایز قطع کند. (۰/۲۵) یعنی $L_3$ به تمامی در صفحه ی P قرار می گیرد. که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۷	فرض کنیم $P \parallel P'$ و $d \subset P$ اگر خط d با صفحه ی P' متقاطع باشد پس صفحه ی P با صفحه ی P' متقاطع خواهد بود که این خلاف فرض است پس $d \parallel P'$ . (۰/۲۵) بعکس فرض کنیم هر خط مانند d از صفحه ی P با صفحه ی P' موازی باشد. (۰/۲۵) اگر صفحه ی P با صفحه ی P' متقاطع باشد آنگاه در یک خط مانند L مشترک خواهند بود (۰/۲۵) اگر خط d در صفحه P متقاطع با L در نقطه ی A رسم شود خط d صفحه ی P' را در نقطه ی A قطع کرده است که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس $P \parallel P'$	۱
۱۸	(الف) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط متناظر می گوئیم. (۰/۵) (ب) فرض کنید خط L بر صفحه ی P عمود است و آن را در نقطه ی A قطع کرده است. فرض کنید L' خط دلخواهی در صفحه ی P باشد. از نقطه ی A در صفحه ی P خط L'' را به موازات L' رسم می کنیم. (۰/۲۵) از آنجا که L بر L'' عمود است و L' با L'' موازی است، L بر L' هم عمود است. (۰/۵)	۱/۲۵

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.